

寄与度の計算方法等と関連事項のメモ

GD Freak
T.K

GD Freak の作表において用いた寄与度の計算式とそれに関連した事項についてもメモです。
内閣府のサイトにも、実質値についての寄与度の計算式については UP されていますが、なぜ、そのような式になるのか、ということについて説明は書かれていませんし、また、デフレーターデフレーターの寄与度の計算式については全く記載がないようですので（どこかにあるかもしれませんが、私には見つけられませんでした）、備忘録として、これらについて書いておきます。また、私なりに分かった関連事項についても記載しておきます。

※記載内容については、完全性、正確性を保証するものではありませんのでご了承ください。

0. 名目値増減の要因分解について

寄与度の計算式について書く前に、GD Freak の GDP 関連のグラフにも多用している名目値の変化を実質とデフレーターデフレーターの各要因に分解する式について簡単に説明します。

【変数定義】

- V_t : t における集計した金額(名目値)
- P_t : t における集計した価格指数, $P_0 = 1$
- Q_t : t における集計した数量指数, $Q_0 =$ 名目金額

【金額(名目値)定義】

$$V_t = P_t Q_t \dots\dots\dots (0.1)$$
$$V_{t-1} = P_{t-1} Q_{t-1} \dots\dots\dots (0.2)$$

(0.1)-(0.2)より

$$V_t - V_{t-1} = P_t Q_t - P_{t-1} Q_{t-1} \equiv \Delta V \dots\dots\dots (0.3)$$

通常、経済成長率等を論じる場合、前年あるいは前期からの増加を想定するので、(0.3)を V_{t-1} で割ると

$$\frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} = \frac{P_t Q_t - P_{t-1} Q_{t-1}}{V_{t-1}} \dots\dots\dots (0.4)$$

となる。ここで、 P 及び Q の変化量について次のように定義する。

$$\begin{cases} \Delta P = P_t - P_{t-1} \dots\dots\dots \\ \Delta Q = Q_t - Q_{t-1} \dots\dots\dots \end{cases} (0.5)$$

また、この定義から

$$\begin{cases} P_t = P_{t-1} + \Delta P \dots\dots\dots \\ Q_t = Q_{t-1} + \Delta Q \dots\dots\dots \end{cases} (0.6)$$

となるので、(0.6)を(0.4)に代入して計算すると、次の(0.7)式を得る。

$$\frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} = \frac{(P_{t-1} + \Delta P)(Q_{t-1} + \Delta Q) - P_{t-1}Q_{t-1}}{P_{t-1}Q_{t-1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} = \frac{P_{t-1}\Delta Q + \Delta P V_{t-1} + \Delta P \Delta Q}{P_{t-1}Q_{t-1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta V}{V_{t-1}} = \frac{\Delta Q}{Q_{t-1}} + \frac{\Delta P}{P_{t-1}} + \frac{\Delta P \Delta Q}{P_{t-1}Q_{t-1}} \dots \dots \dots (0.7)$$

因みに(0.7)式に名目値として名目 GDP を当てはめると、

$$\text{名目経済成長率} = \text{実質経済成長率} + \text{GDP デフレーター変化率} + \text{交絡項}$$

となる。

余談ですが、マクロ経済学の書籍等に「名目経済成長率＝実質経済成長率＋GDP デフレーター変化率」という記載があるものもありますが、それは(0.1)式の P, Q が連続な観測量の場合(数学的に言えば微分可能な場合)、(0.1)式が

$$\frac{dV_t}{V_t} = \frac{dQ_t}{Q_t} + \frac{dP_t}{P_t} \dots \dots \dots (0.8)$$

となることを念頭に書かれたものです。実際の観測量は連続ではなく、離散的にしか観測されませんので「・・・」の式は実際には近似的にしか成立しません。当然ですが、交絡項を除いた(0.7)式は(0.8)の離散近似式です。

通常、上式の最後にある「交絡項」は前の2項より小さいので、これを無視したり、この分を前の2項の比率で按分する処理が行われます(※按分処理の場合、例えば、(0.7)式の左式が0近傍のプラスの値、右辺の第1項と第2項の和が0近傍のマイナスになるとき按分処理できなくなる問題がある)。

また、(0.6)式は

$$\begin{cases} P_{t-1} = P_t - \Delta P \\ Q_{t-1} = Q_t - \Delta Q \end{cases} \dots \dots \dots (0.9)$$

とも書けるので(0.9)を(0.4)に代入して計算すると、次の(0.10)式を得る。

$$\frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} = \frac{P_t Q_t - (P_t - \Delta P)(Q_t - \Delta Q)}{P_{t-1} Q_{t-1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta V}{V_{t-1}} = \frac{P_t \Delta Q}{P_{t-1} Q_{t-1}} + \frac{Q_t \Delta P}{P_{t-1} Q_{t-1}} - \frac{\Delta P \Delta Q}{P_{t-1} Q_{t-1}} \dots \dots \dots (0.10)$$

(0.7)式と(0.10)式を見比べると交絡項の符号が互いに逆になっているので、(0.7)と(0.10)を加えて両辺を2で割ると次の(0.11)式を得る。

【名目値増減の要因分解式】

$$\frac{\Delta V}{V_{t-1}} = \frac{(P_t + P_{t-1})\Delta Q}{2V_{t-1}} + \frac{(Q_t + Q_{t-1})\Delta P}{2V_{t-1}} \dots\dots\dots (0.11)$$

上式で第1項が数量要因、第2項が価格要因になる。GD FreakでのGDP関連の名目値の増加率の要因計算は、(0.11)式を用いて行っています。この式を用いるメリットとしては交絡項がないのでグラフ上の視認性が向上します。デメリットとしては、数量要因及び価格要因が、数量及び価格の前年(前期)変化率に厳密には対応しなくなる、ということが考えられます(ただし、グラフを見て頂ければわかるかと思いますが、小数点1桁レベルでは数値ほとんど一致しています)。

1. 暦年ベースの寄与度計算式について

当たり前のことだが、実質値及びデフレーター寄与度の計算式は、内訳項目をどのような計算式で集計・統合するかによって決まる。日本のSNA(GDP統計)の場合、2004年にそれまで固定基準年方式から連鎖方式に変更された。連鎖方式の集計(統合)式は、次のようになる(内閣府公表資料より)。

$$P_t = \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} P_{t-1} \dots\dots\dots (1.1)$$

$$Q_t = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1} \dots\dots\dots (1.2)$$

【変数定義】

- i : 項目
- t : $\dots\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\dots$ (0は基準年)
- P_t : 暦年 t における集計した価格指数, $P_0 = 1$
- Q_t : 暦年 t における集計した数量指数, $Q_0 =$ 名目金額
- $p_{i,t}$: 暦年 t における集計した価格指数
- $q_{i,t}$: 暦年 t における集計した数量指数

(1.1)は、前向きパーシェ連鎖価格指数、(1.2)は前向きラスパイレス連鎖数量指数になっている。因みに、基準年より以前の時点を連鎖統合する場合は、(1.1)、(1.2)において P_{t-1} 、 V_{t-1} について解いて

$$P_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}} P_t \dots\dots\dots (1.3)$$

$$Q_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} Q_t \dots\dots\dots (1.4)$$

となる。(1.3)は後ろ向きラスパイレス連鎖価格指数、(1.4)は後ろ向きパーシェ連鎖数量指数になる。

(1.2)式より

$$\frac{Q_t}{Q_{t-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} - \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}$$

$$= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1} \left\{ \frac{q_{i,t}}{q_{i,t-1}} - 1 \right\}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}$$

【暦年ベース実質値増減率の要因分解式】

$$\frac{Q_t}{Q_{t-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1} \left\{ \frac{q_{i,t}}{q_{i,t-1}} - 1 \right\}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} \dots\dots\dots (1.5)$$

同様に、価格(デフレーター)についても計算して、

【暦年ベース価格変化率の要因分解式】

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} \left\{ \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} - 1 \right\}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} \dots\dots\dots (1.6)$$

となる。(1.2)、(1.5)からわかるように、暦年ベースの連鎖方式の場合、

$$Q_t = \sum_i q_{i,t}$$

という、固定基準年方式で成立していた加法整合性はなくなるものの、実質値の寄与度の加法整合性は成立する。因みに、(1.1)で t を $t-1$ で置換して、(1.2)と積を取り、(1.2)で $t=1$ としたときの条件(基準年の翌年のみ実質値の加法整合性が成立)を使うと、

$$P_{t-1} Q_t = \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} \dots\dots\dots (1.7)$$

が成り立つ。上式は、自分で公表データを連鎖統合した際にその結果をチェックするのに使えます。

※実際にご自分で計算する場合の注意点

- ・デフレーターは、公表されたものではなく、名目値/実質値から計算したインプリシットデフレーターを使わないと計算誤差が大きくなります。
- ・ただし、在庫増加については、インプリシットデフレーターではなく、公表された値を用いる。
- ・形態別の総固定資本形成の場合、修正グロス方式になっているため(1.2)が成立していない。そのため寄与度の計算式も近似式になる。

2. 四半期ベースの寄与度計算式について

四半期ベースでも基本的には暦年ベースと同じようになる。四半期の場合の連鎖方式の集計(統合)式は、次のようになる(内閣府公表資料より)。

$$P_t^k = \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k} P_{t-1} \dots\dots\dots (2.1)$$

$$Q_t^k = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1} \dots\dots\dots (2.2)$$

【変数定義】

i : 項目

t : $\dots\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\dots$ (0は基準年)

P_t^k : 暦年 t の第 k 四半期における集計した価格指数

Q_t^k : 暦年 t の第 k 四半期における集計した数量指数

$p_{i,t}^k$: 暦年 t の第 k 四半期における項目 i の価格指数

$q_{i,t}^k$: 暦年 t の第 k 四半期における項目 i の数量指数

(2.1)、(2.2)からわかるように注意しなければならないのは、四半期の場合、連鎖していくのは、前期ではなく前年になっていることです。ただし、前向きのときの定義が上記のようになる場合、後ろ向きをどのようになるのかがわかりませんでした(教えて頂ければ幸いです)。とりあえず、基準年以降しか作図しないので問題はないのですが、気になるところです $\dots\dots$ 。

話をもどして、実質値の前期比寄与度を計算します。(2.2)の k を一期もどして

$$Q_t^{k-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1} \dots\dots\dots (2.3)$$

となる。(2.2)÷(2.3)を計算して

$$Q^k / Q^{k-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

となる。 Q についていた notation の t は省略しました。この式より

$$\frac{Q^k}{Q^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1} \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t}^{k-1}} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

となる。ただし、 $k=1$ のとき $q_{i,t}^{k-1} = q_{i,t-1}^4$ とする。

同様に、実質値の前年同期比は、

$$\begin{aligned} Q_t^k / Q_{t-1}^k &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-2}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} \frac{Q_{t-1}}{Q_{t-2}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-2} Q_{t-2}}{P_{t-1} Q_{t-1}} \frac{Q_{t-1}}{Q_{t-2}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-2}}{P_{t-1}} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\sum_i \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k \cong \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k$ と近似すれば

$$\frac{Q_t^k}{Q_{t-1}^k} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t-1}^k} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k}$$

となる。

価格の寄与度についても同様に計算できる。結果をまとめると、以下ようになります。

【四半期ベース実質値増減率の要因分解式(前期比)】

$$\frac{Q^k}{Q^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1} \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t}^{k-1}} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}} \dots \dots \dots (2.4)$$

【四半期ベース実質値増減率の要因分解式(前年同期比)】

$$\frac{Q_t^k}{Q_{t-1}^k} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t-1}^k} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k} \dots \dots \dots (2.5)$$

【四半期ベース価格変化率の要因分解式(前期比)】

$$\frac{P^k}{P^{k-1}} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1} \left(\frac{p_{i,t}^k}{p_{i,t}^{k-1}} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1}} \dots \dots \dots (2.6)$$

【四半期ベース価格変化率の要因分解式(前年同期比)】

$$\frac{P_t^k}{P_{t-1}^k} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k \left(\frac{p_{i,t}^k}{p_{i,t-1}^k} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k} \dots \dots \dots (2.7)$$

※実際にご自分で計算する場合の注意点

- ・デフレーターは、公表されたものではなく、名目値/実質値から計算したインプリシットデフレーターを使わないと計算誤差が大きくなります。
- ・ただし、在庫増加については、四半期系列では公表されていないのでインプリシットデフレーターで代用する。
- ・形態別の総固定資本形成の場合、修正グロス方式になっているため(2.2)が成立していない。そのため寄与度の計算式も近似式になる。

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>

$$P_t = \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} P_{t-1} \cdots \cdots (1) : \text{パーシェ連鎖価格指数}$$

$$Q_t = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1} \cdots \cdots (2) : \text{ラスパイレス連鎖数量指数}$$

$t \leq 0$ のとき \cdots 下の式は正しくない

$$P_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t} q_{i,t-1}} P_t \cdots \cdots (3) : \text{パーシェ連鎖価格指数}$$

$$Q_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}} Q_t \cdots \cdots (4) : \text{ラスパイレス連鎖数量指数}$$

$t \leq 0$ のときは、単に (1) (2) より

$$P_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}} P_t \cdots \cdots (3) : \text{パーシェ連鎖価格指数}$$

$$Q_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} Q_t \cdots \cdots (4) : \text{ラスパイレス連鎖数量指数}$$

となる。

したがって、(1) (2) についてだけ論じればいい。

【上記からわかること】

(1) \times (2) より

$$P_t Q_t = \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} P_{t-1} Q_{t-1} : \text{金額条件の成立}$$

(2) より

$$\begin{aligned} \frac{Q_t}{Q_{t-1}} - 1 &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} - \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1} \left\{ \frac{q_{i,t}}{q_{i,t-1}} - 1 \right\}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} : \text{数量の伸び率 (成長率) の寄与度分解式} \end{aligned}$$

(1) より

$$\begin{aligned} \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 &= \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t} q_{i,t} - \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} \left\{ \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} - 1 \right\}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} : \text{価格の伸び率 (成長率) の寄与度分解式} \end{aligned}$$

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>

また (1) より

$$P_{t-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t}} P_{t-2} \cdot \cdot \cdot \cdot (5)$$

(5) ×(2)より

$$P_{t-1} Q_t = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t}} P_{t-2} \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1}$$

$$\frac{P_{t-1} Q_t}{P_{t-2} Q_{t-1}} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}} \Leftrightarrow \frac{P_{t-1} Q_t}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}} = \frac{P_{t-2} Q_{t-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}}$$

$$\therefore P_{t-1} Q_t = \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t} \quad (\because Q_1 = \sum_i q_{i,1})$$

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>

四半期の計算方法

【変数定義】

i : 項目

t : $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ (0は基準年)

P_t^k : 暦年 t の第 k 四半期における集計した価格指数

Q_t^k : 暦年 t の第 k 四半期における集計した数量指数

$p_{i,t}^k$: 暦年 t の第 k 四半期における項目 i の価格指数

$q_{i,t}^k$: 暦年 t の第 k 四半期における項目 i の数量指数

【式定義】

$t \geq 0$ のとき

$$P_t^k = \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k} P_{t-1} \dots (1) : \text{パーシェ連鎖価格指数}$$

$$Q_t^k = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} Q_{t-1} \dots (2) : \text{ラスパイレス連鎖数量指数}$$

$t \leq 0$ のとき

$$P_{t-1}^k = \frac{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k} P_t$$

$$Q_{t-1}^k = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k} Q_t \dots (4-1) \text{ どちらが正しいのか?}$$

$$Q_{t-1}^k = \frac{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k} Q_t \dots (4-2) \text{ どちらが正しいのか?}$$

数量の前期比寄与度は、(2)より

$$Q^k / Q^{k-1} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

$$\frac{Q^k}{Q^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1} \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t}^{k-1}} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

ただし、 $k=1$ のとき $q_{i,t}^{k-1} = q_{i,t-1}^1$

前年同期比寄与度も(2)より

$$\begin{aligned} Q_t^k / Q_{t-1}^k &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-2}}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}} \frac{Q_{t-1}}{Q_{t-2}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-2} Q_{t-2}}{P_{t-1} Q_{t-1}} \frac{Q_{t-1}}{Q_{t-2}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-2}}{P_{t-1}} \end{aligned}$$

ここで、 $\frac{P_{t-2}}{P_{t-1}} \sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k \cong \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k$ と近似すれば

$$\frac{Q_t^k}{Q_{t-1}^k} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k \left(\frac{q_{i,t}^k}{q_{i,t-1}^k} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k}$$

価格の前期比寄与度は(1)より

$$P^k / P^{k-1} = \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k} \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-2}^{k-1}} \dots \dots (\alpha)$$

(1) より

$$Q_t^k = \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{P_t^k} = \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k}{P_{t-1}} \Leftrightarrow P_{t-1} Q_t^k = \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^k$$

$$(\alpha) = \frac{P_t^k Q_t^k}{P_{t-1} Q_{t-1}^k} \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-2}^{k-1}} = \frac{P_t^k}{P_{t-1}} \frac{\sum_i p_{i,t-1} q_{i,t-1}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-2}^{k-1}}$$

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>

$\frac{P_t^k}{P_{t-1}^k} \sum_i p_{i,t-1} q_{i,t}^{k-1} \cong \sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^{k-1}$ と近似すれば (季節調整済系列なら)、

$$(\alpha) \cong \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

$$\frac{P_t^k}{P_{t-1}^k} - 1 \cong \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^{k-1}}{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1}} - 1 = \frac{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1} \left(\frac{p_{i,t}^k}{p_{i,t}^{k-1}} - 1 \right)}{\sum_i p_{i,t}^{k-1} q_{i,t}^{k-1}}$$

価格の前年同期比寄与度は

$$\begin{aligned} P_t^k / P_{t-1}^k &= \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k} \frac{\sum_i p_{i,t-2} q_{i,t-1}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \\ &= \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{P_{t-1} Q_t^k} \frac{P_{t-2} Q_{t-1}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k} \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} = \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{(Q_t^k / Q_{t-1}^k) \sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k} \cdot 1 \end{aligned}$$

$(Q_t^k / Q_{t-1}^k) \sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t-1}^k \cong \sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k$ と近似すれば

$$\begin{aligned} \frac{P_t^k}{P_{t-1}^k} - 1 &\cong \frac{\sum_i p_{i,t}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k} - 1 = \frac{\sum_i (p_{i,t}^k - p_{i,t-1}^k) q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k} \\ &= \frac{\sum_i \left\{ \frac{p_{i,t}^k}{p_{i,t-1}^k} - 1 \right\} p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k}{\sum_i p_{i,t-1}^k q_{i,t}^k} \end{aligned}$$

☆グラフへのリンクはここから⇒<http://jp.gdfreak.com/meta/jp/gdpqe.html>